



# Reken-wiskundeonderwijs anno 2007

- tussen oude waarden en nieuwe uitdagingen -

K.P.E. Gravemeijer

Flsme, Langeveld Instituut, Universiteit Utrecht

*In de media woedt al meer dan een jaar een discussie over de kwaliteit van het rekenonderwijs in Nederland. In deze bijdrage wordt een poging gedaan om een en ander in een historisch en inhoudelijk kader te plaatsen, en - niet in de laatste plaats - in een toekomstgericht perspectief. We investeren immers in het onderwijs met het oog op de toekomst van de leerlingen. Het betoog is als volgt opgezet. Eerst wordt de aanname dat het rekenonderwijs vroeger beter was besproken. Daarna wordt ingegaan op aanleiding en inhoud van de vernieuwing van het rekenonderwijs die enkele tientallen jaren geleden werd ingezet. Vervolgens wordt gekeken naar hoe dit uitwerkt in internationaal vergelijkend onderzoek naar rekenprestaties. Aansluitend worden de uitkomsten van het Nederlandse peilingsonderzoek, PPON, besproken en geïnterpreteerd. In verband daarmee wordt ook de onvolledige implementatie van de beoogde vernieuwing van het rekenonderwijs aan de orde gesteld. Ten slotte wordt gekeken naar de ontwikkelingen in de maatschappij en met name naar de gevolgen van informatisering en globalisering op de toekomstige arbeidsmarkt en de consequenties daarvan voor het rekenonderwijs. Op basis hiervan worden enkele aanbevelingen gedaan.*

## 1 Vroeger was alles beter

Om de deplorabele toestand van het rekenonderwijs op de basisschool aan te tonen, haalt A. Heertje de invoering van de euro aan in zijn column in het blad 'GO|ED' (Heertje, 2005).

Velen gaven euro's uit als guldens. Na drie van de vier weken was het inkomen al op. Het rekenen in euro's bleek een te zware opgave.

Als ik me de krantenberichten uit die tijd goed herinner was dit echter een algemeen probleem en niet een probleem van jongeren. Als een groot deel van de bevolking problemen had met het omrekenen van de euro, zegt dit meer over het rekenonderwijs uit het verleden dan over het rekenonderwijs van nu. Engels onderzoek bevestigt het beeld dat Heertje onbedoeld oproept, veel volwassenen hebben moeite met rekenen. Uit onderzoek van de organisatie voor volwassenenonderwijs, *Leardirect*, bleek dat de helft van de ondervraagden vonden dat ze over te weinig basisvaardigheden beschikten op het gebied van rekenen-wiskunde en Engels (Smithers, 2007). Velen zeiden niet in staat te zijn uit te rekenen wat ze in de winkel moeten betalen:

In the poll of 1,000 adults, one in five people said they were unable to convert local currency into pounds while on holiday; more than a third of those questioned admitted to adding up on their fingers when they had no calculator; one in five did not know the difference between words that sound the same but have different meanings; four in 10 of adults

could not calculate volume and a third found converting fractions to decimals difficult. Even professionals struggled, and were revealed as finding long division, calculating percentages and multiplication trickier than any of the other surveyed professions.

Blijkbaar bestaat er een discrepantie tussen het beeld dat menigeneen heeft van het vroegere rekenonderwijs en wat het voor de leerlingen van toen heeft opgeleverd. Zo'n dertig jaar geleden werd er, zoals door velen gememooreerd, veel meer geïnvesteerd in het inoefenen van weetjes en procedures. Maar dit had ook zijn keerzijde. Er was sprake van begripsproblemen en de leerlingen konden hun kennis niet toepassen. In verband met dit laatste verwijst O'Brien (2007) naar eigen onderzoek van zo'n dertig jaar geleden. De leerlingen van toen bleken de tafelp producten perfect uit hun hoofd te kennen. Op de vraag een verhaaltje bij een som als  $6 \times 3 = 18$  te bedenken, kwam driekwart van de leerlingen echter niet tot een goed antwoord. De helft daarvan kwam zelfs met een verhaaltje dat ging over optellen! Onderzoek van Hart (1981) liet zien dat leerlingen de hen bekende algoritmen niet toepasten in contextopgaven. In plaats van een staartdeling te maken, kozen ze bijvoorbeeld voor herhaald aftrekken. Nu gaat het in beide voorbeelden om buitenlandse onderzoeken, maar Treffers (1982) constateerde dat dezelfde problemen ook in Nederland speelden. Hij gaf zijn bijdrage als titel een uitspraak van een leerling mee, die rekenen 'het stomste vak van de wereld' vond.

Verder ontstonden begripsproblemen doordat het procedure-gerichte rekenen niet aansloot op de informele

kennis en het gezond-verstand redeneren van de leerlingen. Een sprekend voorbeeld leverde onderzoek van Ter Heege (1985) naar het leren van de tafels van vermenigvuldiging. Uit de reacties van leerlingen die spontaan relaties tussen vermenigvuldigingen gebruikten om onbekende tafelproducten af te leiden, bleek dat ze dachten dat dat niet mocht: 'Ik heb het stiekem uitgerekend'. Uit Amerikaans onderzoek kwam zelfs naar voren dat leerlingen dachten dat één opgave twee verschillende antwoorden kon hebben, één dat paste bij de alledaagse werkelijkheid en één dat correct was in de context van het rekenen op school (Cobb, 1989).

## 2 Vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs

Als reactie op al deze problemen werd een vernieuwing van het rekenonderwijs in gang gezet. De grondgedachte van deze vernieuwing was dat procedures en regels niet in kant-en-klare vorm moeten worden aangeboden, maar samen met de leerlingen moeten worden ontwikkeld. Uitgangspunt was daarbij Freudenthals idee van 'wiskunde als menselijke activiteit', voor hem een activiteit van wiskundig organiseren, ook wel mathematiseren - letterlijk 'verwiskundigen' - genoemd. Essentieel in de redenering van Freudenthal was dat dit mathematiseren zowel op de realiteit, als op de wiskunde zelf kon worden toegepast. In het eerste geval ging het om de verbinding tussen de realiteit en de wiskunde, in het tweede geval om het op een hoger niveau brengen van de eigen wiskundige activiteit. Zo zou de realiteit van de leerlingen als basis kunnen dienen voor het zelf construeren van wiskunde (c.q. rekeninzichten en procedures) via een proces van geleid heruitvinden. De taak van het in 1970 opgerichte Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO), bestond in eerste aanleg hierin, om het reken-wiskundeonderwijs te ontwikkelen dat voldeed aan dit ideaal. Dit gebeurde vooral via het ontwikkelen van prototypische leergangen die door schoolboekauteurs werden verwerkt in rekenmethoden.

Deze vakdidactische benadering stond haaks op algemeen onderwijskundige benaderingen van die tijd, waarbinnen behavioristisch gekleurde onderwijs-leertheorieën als *mastery learning* en *task analysis* nog opgeld deden (Gagné & Biggs, 1974). Rekenen is altijd een gewild toepassingsgebied voor dergelijke benaderingen geweest, de logische structuur en het abstracte karakter maakt het namelijk mogelijk om het leerproces in stapjes uiteen te leggen, die los van inzicht en toepassingen onderwezen kunnen worden. Onderzoek heeft inmiddels de beperkingen van deze benadering overtuigend aangetoond: deze aanpak schiet te kort op het gebied van

inzicht en toepasbaarheid (Resnick & Omanson, 1987). De behavioristische benaderingen zijn inmiddels vervangen door socio-constructivistische en sociaal-culturele theorieën, die beter passen bij de realistische benadering (zie Gravemeijer & Van Eerde (2004)) voor een historisch overzicht). Onder invloed van deze theorieën won internationaal de opvatting veld dat leerlingen zelf een actieve rol moeten hebben in het construeren van hun eigen wiskundige kennis. De Nederlandse aanpak, die inmiddels de benaming 'realistisch' had gekregen, paste hier goed bij en kon zo internationale faam verwerven en uitgroeien tot een exportproduct.

Desalniettemin worden in eigen land nu weer onderwijsbenaderingen voorgesteld die aansluiten op de oude ideeën van *mastery learning* en *task analysis* (Van de Craats, 2007). Op zich is dit niet verrassend, maar wel teleurstellend. Het is niet verrassend, omdat het een voor de hand liggende gedachte is om de logische structuur van het vak te gebruiken, om het leerproces uiteen te leggen in een reeks van in te oefenen stapjes. We zagen immers dit ook gebeuren bij de opkomst van computerondersteund onderwijs. Wat teleurstellend is, is dat er niet wordt gekeken naar eerdere ervaringen en onderzoek.

Opvallend is dat daarbij soms ook nog geëist wordt dat de leerlingen hun oplossingsmethode niet aanpassen aan de getallen van de opgave (Van de Craats, 2007). Dit contrasteert sterk met een observatie van de wiskundige E. Torrence die haar *sabatical* aan de Universiteit van Utrecht doorbracht en wier zoon traditioneel regelgeleid rekenonderwijs in de Verenigde Staten volgde en in Nederland kennis maakte met realistisch reken-wiskundeonderwijs. In een elektronische nieuwsbrief schrijft zij over de invloed van het Nederlandse reken-wiskundeonderwijs op haar achtjarige zoon Robert (Torrence, 2002). Hij leerde in de Verenigde Staten het traditionele algoritme voor optellen en aftrekken, waarbij veel tijd werd gespendeerd aan het leren 'bewaren' en 'lenen'. Toen Torrence kennis maakte met het realistische reken-wiskundeonderwijs begon ze zich af te vragen hoe hij nu eigenlijk rekende. Dit bleek zeer rigide te zijn. Boven de twintig gebruikte hij altijd het standaardalgoritme en fouten merkte hij niet op. Ook niet wanneer dit tot onzinnige antwoorden leidde. Suggesties om het handiger te doen werden afgewezen met een hartgrondig 'You can't do that!' Nadat Robert een tijdje in Nederland was, rekende hij vlotter en beter. Een opgave als  $702 - 635$  werd opgelost via  $700 - 600 = 100$ , het verschil tussen 2 en 35 is 33,  $100 - 33 = 67$ . Terug in de Verenigde Staten kreeg hij weer het oude onderwijs, maar daar bleek hij tegen bestand. Zo kwam hij een keer spontaan met de vraag: 'Mam, zou het niet onzinnig zijn om 5000 min 637 te doen met lenen?' En Torrence schrijft: 'I smiled proudly at him and said, 'Yes, honey, it would'.'

### 3 Internationale vergelijkingen

De vernieuwing van ons reken-wiskundeonderwijs verkeerde geruime tijd in een tamelijk rustig vaarwater, verwierf, zoals gezegd, zelfs internationale faam en werd een exportproduct. De uitkomsten van internationaal vergelijkend onderzoek gaven het vernieuwde rekenonderwijs een steun in de rug met hoge posities in de ranking. De nationale opbrengstpeiling PPON liet weinig verandering zien en de vergelijking tussen 1987 en 1992 werd positief geïnterpreteerd. De peiling van 2004 toonde echter een forse achteruitgang op het onderdeel bewerkingen. Dat bericht vormde het startsein voor felle discussies in de media. Voor we daarop ingaan bespreken we eerst kort de internationale onderzoeken TIMSS en PISA, waar Nederland, zoals gezegd, juist positief uit te voorschijn kwam.

#### TIMSS

Nederland doet het onveranderlijk goed in internationaal vergelijkend onderzoek. TIMSS maakt gebruik van standaardcores, waarbij het internationale gemiddelde op 500 wordt gesteld, met een standaarddeviatie van 100. In TIMSS-2003 behoorde Nederland met een gemiddelde van 540 tot de zes best scorende landen. In 1995 bedroeg het Nederlands gemiddelde zelfs 549 (Bokhove, 2006). De kritiek van vakdidactici op dit onderzoek was echter dat TIMSS wel heel elementaire vaardigheden toetste en niet de zaken die echt belangrijk zijn in het rekenonderwijs (de Lange, 1997). Dat laatste hangt samen met de opzet van het onderzoek. Om vergelijkbaarheid mogelijk te maken is gekozen voor een verzameling van toetsitems die wordt gevormd door wat er gemeenschappelijk is in hetgeen er in de deelnemende landen wordt onderwezen. Dat zijn uiteraard primair de meest basale opgaven. Toch is het juist in het licht van de huidige discussie rond de basisvaardigheden interessant om te constateren dat Nederland steeds goed scoort op de items van TIMSS. Blijkbaar worden juist de elementaire rekenvaardigheden in Nederland relatief goed beheerst. Maar we moeten voorzichtig zijn met het trekken van conclusies uit internationaal vergelijkend onderzoek. In dit type onderzoek worden de onderwijsresultaten vergeleken van wel heel verschillende landen, grote en kleine landen, landen die heel homogeen zijn en landen die dat juist niet zijn, landen die wel of juist niet welvarend zijn en waar de welvaart al dan niet gelijkmatig is verdeeld. Het is niet zo verbazingwekkend dat met name kleine welvarende landen het goed doen. Ook Donkers wijst hier op in een interview met het NRC Handelsblad:

We zijn een rijk, geïndustrialiseerd land. Onze onderklasse is veel kleiner dan in Amerika, Engeland of Canada. Is het dan niet logisch dat we het goed doen?  
(NRC Handelsblad, 16 maart 2007)

Bij uitspraken over ontwikkelingen in de tijd speelt het probleem dat hetgeen we belangrijk vinden, verandert in de tijd. Donkers en Van der Werf trekken in het genoemde artikel in de NRC dan ook in twijfel of je wel kunt meten of het onderwijsniveau stijgt of daalt. De leerlingen leren immers andere dingen en vaardigheden die vroeger niet belangrijk waren en dat nu veel meer zijn. Daaraan kan worden toegevoegd dat de positie die een land in de 'ranking' inneemt tamelijk gevoelig zal zijn voor toevalsfouten. Aan stijgen en dalen in achtereenvolgende afnamen valt dan ook niet zo gek veel af te lezen.

#### PISA

Het PISA-onderzoek, dat zich richt op leerlingen in de leeftijd van vijftien tot zestien jaar, is anders dan TIMSS, niet gericht op het schoolcurriculum, maar op *mathematical literacy*. Het meet in hoeverre jonge mensen hun kennis en vaardigheden kunnen toepassen in alledaagse situaties. De leerlingen moeten laten zien dat ze belangrijke begrippen snappen, bepaalde processen beheersen en dat ze hun kennis en vaardigheden in verschillende situaties kunnen toepassen. Nederland deed in 2000 en 2003 mee, maar in 2000 was de steekproef te klein. Nederland scoorde in beide jaren hoog op de internationale vergelijkingen. In 2003 hoorde Nederland tot de beste vier landen. Dit resultaat moet echter gerelativeerd worden. Het blijkt namelijk dat de PISA-opgaven sterke verwantschap vertonen met opgaven die in de Nederlandse schoolboeken voorkomen. Dit betekent dat de Nederlandse leerlingen opgaven kregen voorgelegd die voor hen niet echt nieuw waren (Lagerwaard & Limpens, 2006).

#### PPON

In Nederland wordt sinds 1987 het PPON-onderzoek uitgevoerd. De uitkomsten weerspiegelen tot op zekere hoogte de verandering van accenten in het rekenonderwijs, waarbij hoofdrekenen, schattend rekenen en getalrelaties steeds belangrijker worden gevonden. Het laatste PPON-onderzoek (Kraemer, Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005) laat zien dat de leerlingen in 2004 meer inzicht hebben in getallen en getalrelaties dan daarvoor en dat meer leerlingen geavanceerde strategieën gebruiken. De vaardigheid van leerlingen in het schattend kunnen rekenen is sinds 1987 sterk toegenomen. Ook voor procenten geldt dat er over de periode 1987-2004 sprake is van een toename in vaardigheid. Verder blijkt dat er voor de onderwerpen verhoudingen en breuken ook sprake is van een toename in vaardigheid, al lopen de prestaties sinds 1997 weer wat terug. De resultaten op het onderdeel, 'basisoperaties vermenigvuldigen en delen,' zijn sinds 1994 min of meer gelijk. Dit geldt ook bij het hoofdrekend vermenigvuldigen en delen.

Maar er is ook sprake van achteruitgang. Die doet zich voor bij de vaardigheid van leerlingen op het gebied van de bewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen.

Hoewel dit in zekere zin past bij de accenten die de vernieuwing plaatst, is dit toch een tegenvaller. Het idee achter de moderne aanpak die wel ‘kolomsgewijs rekenen’ wordt genoemd is, dat cijferen kan worden geleerd als een vorm van ‘georganiseerd handig rekenen’. Een handige rekenaanpak wordt in deze opzet

kingen een deel van de opgaven zo gekozen was, dat de leerlingen zich hadden moeten kunnen redden met handig rekenen, blijkt dit niet het geval. Een verklaring zou kunnen zijn dat de leerlingen niet hebben geleerd tussenantwoorden te noteren. Wanneer leerlingen zich de gewoonte eigen maken kladnotaties te maken, valt hier

oud	nieuw	oud	nieuw
$\begin{array}{r} 704 \\ 23 \times \\ \hline 2112 \\ 1408 \\ \hline 16192 \end{array}$	$\begin{array}{l} 10 \times 704 = 7040 \\ 10 \times 704 = 7040 \\ 3 \times 704 = 2112 + \\ \hline 16192 \end{array}$ <p style="text-align: center;"><i>verkorte versie</i></p> $\begin{array}{l} 20 \times 704 = 14080 \\ 3 \times 704 = 2112 + \\ \hline 16192 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32/736\backslash 23 \\ 64 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32/736\backslash 23 \\ 320 - 10 \times \\ \hline 416 \\ 320 - 10 \times \\ \hline 96 \\ 96 - 3 \times \\ \hline 0 \end{array}$ <p style="text-align: center;"><i>verkorte versie</i></p> $\begin{array}{r} 32/736\backslash 23 \\ 640 - 20 \times \\ \hline 96 \\ 96 - 3 \times \\ \hline 0 \end{array}$

figuur 1: conventioneel cijferen (oud) en kolomsgewijs rekenen (nieuw)

geleidelijk aan omgevormd in een standaardaanpak (fig.1). De dubbele doelstelling, dat hiermee tegelijkertijd inzicht in, en beheersing van, de cijferalgoritmen zou kunnen worden gerealiseerd, blijkt echter niet te worden gehaald. Het is deze constatering die de discussie in de media in gang heeft gezet. We zullen daarom wat langer bij dit punt stilstaan.

Overigens moet bij de tegenvallende resultaten worden opgemerkt dat er een vertekening optreedt doordat een deel van de opgaven van de schaal ‘bewerkingen’ uitnodigt tot handig rekenen. Uit analyses van het leerlingenwerk bij de deelopgaven (Van Putten, 2005) blijkt dat de leerlingen dit vaak uit het hoofd proberen te doen, zonder iets op te schrijven, 44 procent geeft en antwoord zonder uitwerking. Dit leidt tot veel vermoedelijk onnodige fouten, die weinig met het cijferen te maken hebben. Slechts 37 procent maakt een staartdeling, waarbij 24 procent de moderne aanpak laat zien (met in 62 procent van de gevallen een correct antwoord) en 13 procent de traditionele aanpak (hiervan is 68 procent correct). De resultaten voor de moderne en de traditionele aanpak ontlopen elkaar dus niet zo erg veel. Duidelijk is dat de resultaten in beide gevallen onvoldoende zijn.

## 4 Wat zijn de alternatieven?

Een alternatief voor het cijferen zou het handig rekenen kunnen zijn. Echter, hoewel binnen de schaal bewer-

waarschijnlijk nog veel te winnen. Neem bijvoorbeeld de volgende opgave, die nu slechts door 63 procent van de leerlingen goed wordt gedaan: ‘Een spelcomputer kost € 157,50. Silvia spaart per week € 7,50 voor deze spelcomputer. Hoeveel weken moet ze sparen?’ Je zou je kunnen voorstellen dat de resultaten veel hoger zouden liggen wanneer de leerlingen even een paar tussenantwoorden zouden noteren:

$$\begin{array}{l} 2 \times € 7,50 = € 15,- \\ 20 \times € 7,50 = € 150,- \\ 21 \times € 7,50 = € 157,50. \end{array}$$

Blijkbaar wordt het maken van kladnotaties op dit moment niet gestimuleerd. Zo laat onderzoek Van den Heuvel-Panhuizen & Bodin-Baarends (2004) bijvoorbeeld zien dat zelfs ‘bollebozen’ bij het oplossen van complexe problemen gehinderd worden door het feit dat ze alles uit het hoofd proberen te doen.

Een ander alternatief is om het precies rekenen over te laten aan de rekenmachine, hoewel dat simpeler klinkt dan het is. Ook uit deze PPON-resultaten blijkt dat veel leerlingen niet goed met de rekenmachine uit de voeten kunnen. Bij de opgave: ‘Hoeveel kost 1800 kilo bananen à € 1,75 per kilo?’, die met de zakrekenmachine mag worden uitgerekend, gebruikt slechts 20 procent de zakrekenmachine adequaat door direct de juiste bewerking in te toetsen. Bijna de helft van de leerling (47 procent) gebruikt meerdere bewerkingen en komt maar in 66 procent van de gevallen tot een goed antwoord. Maar liefst 43 procent gebruikt de zakrekenmachine niet, de rest geeft geen of een onduidelijk antwoord.

Overigens komt het handig rekenen hier weer om de hoek kijken. Je moet het werk van de rekenmachine globaal kunnen controleren, door te beredeneren wat er ongeveer uit zou moeten komen. De basis hiervoor ligt in het handig rekenen met ‘mooie’ getallen. Daarmee kun je tot een schatting van het antwoord komen. Men spreekt in dit verband wel van ‘globaal rekenen’, een flexibele aanpak waarbij de leerling gebruik maakt van de getalkennis waar hij of zij zeker van is. Ook los van de rekenmachine kun je in de praktijk in veel gevallen volstaan met globaal rekenen.

Neem de zojuist genoemde opgave rond de prijs van 1800 kilo bananen van € 1,75 per kilo. Hier volstaat in de praktijk globaal rekenen, dan is het immers voldoende om te bedenken dat het iets minder is dan  $2 \times 1,75 = 3,50$ . Overigens zou je van deze opgave kunnen zeggen dat dit een typische schoolboeksom is. De getallen komen namelijk wel erg mooi uit,  $1,8 \times 1,75 = 3,150$  en die nul op het eind kun je mooi weglaten. Met 1,793 kilo van € 1,79 zou dit niet zo fijn zijn gegaan. Dan krijg je vijf cijfers achter de komma. Het cijferend oplossen lijkt dan toch wat overdreven. Nog los van het feit dat je geen pen en papier uit je zak haalt om op de markt of in de winkel de prijs van de boodschappen te controleren.

Uiteraard zijn er ook situaties waarin je wel een precies antwoord nodig hebt. Waarbij je bijvoorbeeld wel precies wilt weten hoeveel  $1,793 \times 1,79$  is. Dan lijkt het echter vanzelfsprekender de zakrekenmachine in te zetten en globaal te controleren of het antwoord klopt (bijvoorbeeld door uit te gaan van  $1,8 \times 1,8$ ; twee keer 1,8 te berekenen en daar 0,2 keer 1,8 van af te trekken:  $2 \times 1,8 = 3,6$  en  $3,6 - 0,36$  is ongeveer 3,2).

Een keuze voor globaal rekenen impliceert een doordening van wat onder basisvaardigheden moet worden verstaan. Op dit moment wordt bij basisvaardigheden in het algemeen gedacht weetjes (zoals de tafels), (standaard)procedures en eenvoudige toepassingen (waaronder schattend rekenen). Bij een keuze voor globaal rekenen zou het accent verschuiven naar het handig en flexibel omgaan met getalrelaties (1) om greep te krijgen op kwantitatieve aspecten van de werkelijkheid, en (2) om de rekenmachine te kunnen controleren.

Dit zou bijvoorbeeld betekenen dat er vooral geïnvesteerd wordt in het inoefenen van en spelen met die getalrelaties die je veel kunt gebruiken. Daarbij kun je bijvoorbeeld denken aan veelvouden van 25, 75, 125 en dergelijke en het kunnen relateren van deze getallen aan kommagetallen, breuken en procenten. Of, een getal als 24 direct kunnen associëren met ‘ $2 \times 12$ ’, ‘ $4 \times 6$ ’ en ‘ $3 \times 8$ ’. Het gaat uiteindelijk om netwerken van getalrelaties op basis waarvan leerlingen bijvoorbeeld kunnen bedenken dat  $4 \times 1,25 = 5$ , omdat  $4 \times 25 = 100$  en  $4 \times 125 = 500$  én omdat  $4 \times 1,25$  gelijk is aan  $4 \times 1\frac{1}{4}$ . Uiteraard geldt dat hoe uitgebreider het netwerk, des te preciezer je

globaal kunt rekenen. Maar dat zou niet moeten betekenen dat we de opgaven aanpassen aan de getalrelaties waar de leerlingen op dat moment over beschikken. Het doel is immers dat de leerlingen in alle mogelijke situaties geneigd zijn om te bedenken wat er ongeveer uit zou moeten komen.

Een ander aspect dat veel aandacht zou moeten krijgen, is het omzetten van meer of minder complexe toepassings-situaties in uit te voeren berekeningen. Voor het onderwijs zou dit betekenen dat er veel klassengesprekken moeten worden gevoerd over het interpreteren en mathematiseren van toepassings-situaties (Gravemeijer, 2003).

## 5 Onvoldoende uitdagend

Naast de resultaten van het rekenonderwijs staat ook de aard van het huidige reken-wiskundeonderwijs ter discussie (Gravemeijer in ‘GO|ED’, 2005; De Lange, 2006). De grondgedachte van de vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs is, zoals gezegd, dat procedures en regels niet in kant-en-klare vorm moeten worden aangeboden, maar samen met de leerlingen moeten worden ontwikkeld. Een beperking bij deze vernieuwing is echter dat deze zich in Nederland vooral voltrokken heeft via de schoolboeken, er heeft nooit een op de vernieuwing toegesneden nascholing van leraren plaats gevonden. De didactiek die bij de beoogde vernieuwing past, is daardoor niet goed uit de verf gekomen. In plaats daarvan laten leraren zich in belangrijke mate leiden door de methode. Deels in reactie daarop zijn er steeds meer verfijningen in de leergangen aangebracht. Dit laatste heeft ertoe geleid dat leerstapjes binnen reken-wiskundemethoden zo klein zijn geworden dat leerlingen zelden voor echte problemen komen te staan. Als gevolg hiervan kan het rekenonderwijs - generaliserend gesproken - worden getypeerd als weinig uitdagend, niet echt interactief en meer gericht op het aanleren van procedures dan op begrijpen.

Op dit gebied valt het nodige te leren van onderzoek in de Verenigde Staten. Waar de vernieuwing van het rekenonderwijs in Nederland vooral gestalte heeft gekregen via leergangen en methoden, zien we in de Verenigde Staten vooral aandacht voor de leraar en het onderwijs. In algemene zin kunnen we spreken van een complementaire benadering die steunt op vergelijkbare uitgangspunten. Waardevolle onderzoeksresultaten betreffen onder meer de klassencultuur (Cobb & Yackel, 1996) en het idee van een hypothetisch leertraject (Simon, 1995). Helaas hebben deze inzichten nog nauwelijks geleid tot impulsen voor de verbetering van de kwaliteit van het rekenonderwijs in Nederland.

---

## 6 Doelendiscussie

Recente discussies over de PPOON-resultaten geven aan dat het tijd wordt voor een heroverweging van de doelen en inhouden van het reken-wiskundeonderwijs. De discussie in de media heeft zich toegespitst op het cijferen, het gebruik van de rekenmachine en op globaal rekenen. De vraag is nu of je moet proberen deze prestaties te verbeteren. Het lijkt verstandiger dat naar een alternatief voor het cijferen wordt gezocht - bijvoorbeeld in de vorm van globaal rekenen en werken met de rekenmachine. In het licht van de discussies in de media lijkt het van belang dat er een breed draagvlak wordt gecreëerd voor de te maken keuzes.

In 2006 is daarom op initiatief van het ministerie van OC&W een start gemaakt met een nationale discussie over de doelen van het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool.<sup>1</sup> Tijdens een *kickoff meeting* in december 2006 heeft een gemêleerde groep van 'onderwijzensmen' en 'buitenstaanders' zich over deze kwestie gebogen. Hoewel het hier niet om een representatieve steekproef gaat, is het interessant enkele globale trends te rapporteren. Het wiskundig goed kunnen interpreteren van toepassingsituaties en het globaal kunnen bepalen van het antwoord in toepassingsituaties, wordt heel belangrijk gevonden. Dit betekent overigens niet dat men precies rekenen irrelevant vindt. Soms wordt daarbij het cijferend rekenen op papier expliciet genoemd, soms kan ook bedoeld zijn dat de rekenmachine zou volstaan. De rekenmachine wordt bovendien veel als alternatief genoemd, men lijkt te vinden dat de leerlingen hiermee moeten kunnen werken.

---

## 7 Informatisering en globalisering

Het gaat in deze discussie om aanpassingen op de korte termijn. De vraag voor de toekomst is echter of, en hoe, de doelen van het (reken-)wiskundeonderwijs moeten veranderen nu steeds meer rekenwerk door apparaten wordt overgenomen. Steeds meer rekenwerk wordt overgelaten aan rekenmachines, spreadsheets, statistische software, computeralgebra en dergelijke. In dit licht bezien zou je kunnen stellen dat het huidige reken-wiskundeonderwijs op de basisschool rekenvaardigheden aanleert - zoals standaardprocedures voor het vermenigvuldigen en delen van gehele getallen en kommagetallen - die je in de praktijk niet of nauwelijks meer nodig hebt. In plaats daarvan zal de vaardigheid om met bovengenoemde *tools* om te gaan steeds belangrijker worden. In meer algemene zin leidt het gebruik van informatietechnologie tot een groeiende rol van kwantitatieve informatie in vrijwel alle sectoren van de maatschappij.

Bovendien zit er veel wiskunde verborgen in volledig geïntegreerde systemen, zoals boekhoudprogramma's, automatische kassa's en geautomatiseerde productielijnen. Van gebruikers wordt hier vaak gevraagd dat ze beslissingen nemen op basis van de output van een wiskundige bewerking. De nieuwe tijd vraagt om nieuwe competenties en dat niet alleen, onder invloed van informatisering en globalisering zullen tal van banen gaan verdwijnen. En hoewel maatschappelijke bruikbaarheid niet het enige criterium is om onderwijsinhouden te kiezen, heeft het onderwijs wel een belangrijke rol in het bevorderen dat de leerlingen later goed kunnen participeren in de maatschappij. Een belangrijk onderdeel daarvan is zinvol werk en daar treden nu juist grote veranderingen op. Bepalend voor de ontwikkelingen op de arbeidsmarkt is volgens Levy en Murnane (2006) of je van een taak een routine kunt maken. Taken die kunnen worden opgedeeld in stappen die zonder veel variatie herhaald kunnen worden, zullen worden overgedragen aan werknemers in landen met lage lonen, of worden uitbesteed aan computers. Het is overigens niet zo dat het onderscheid routine versus non-routine samenvalt met veel of weinig scholing. Niet al het laaggeschoold werk kan door computers worden overgenomen. Een auto door het verkeer loodsen kan bijvoorbeeld niet door een computer worden overgenomen. Omgekeerd kunnen veel taken die goedopgeleide boekhouders verrichten, wel door computers worden uitgevoerd.

Het blijkt dat automatisering en *outsourcing* elkaar overlappen en versterken. Taken die een sterk routinematig karakter hebben kunnen vrij gemakkelijk worden overgeplaatst naar lagelonenlanden. ICT speelt ook hier weer een rol, maar nu omdat het wereldwijde uitwisseling van informatie gemakkelijk maakt. Hierdoor kunnen ook taken in de sfeer van de zakelijke dienstverlening naar het buitenland worden verplaatst. We kunnen hierbij bijvoorbeeld denken aan *call centers*, en aan het werk van accountants en computerprogrammeurs.

Een te verwachten gevolg van de hierboven geschetste ontwikkelingen is dat een grote groep werknemers buiten spel komt te staan (Goos & Manning, 2003). Doordat de banen in het middelste segment, zoals administratief en technisch werk in fabrieken verdwijnen, ontstaat er een grote groep werkzoekenden die is aangewezen op banen in laagbetaalde dienstverlening. De betaling zal dan ook navenant dalen. Goos en Manning spreken in dit verband van een tweedeling in slecht betaalde *lousy jobs* en goed betaalde *lovely jobs*. De *lovely jobs* zijn banen die flexibiliteit, probleemoplosvaardigheid, creativiteit, voortdurend leren en vaak ook sociale competenties vragen.

---

## 8 Onderwijs voor de toekomst

Om de vraag te kunnen beantwoorden wat dit alles bete-

kent voor het reken-wiskundeonderwijs, lijkt het noodzakelijk een onderscheid te maken tussen consequenties voor de korte termijn en voor de (wat) lange(re) termijn. Tot de veranderingen die op korte termijn kunnen worden aangebracht behoort, onder andere, meer aandacht voor globaal (handig) rekenen. Daarbij zou specifiek aandacht moeten worden besteed aan het noteren van tussenoplossingen. Daarnaast dient er te worden geïnvesteerd in onderwijs dat voorbereidt op verstandig en effectief gebruik van de rekenmachine, vooral omdat ook in het voortgezet onderwijs vanaf de eerste dag met de zakrekenmachine wordt gewerkt. Bij deze voorbereiding behoort ook het ontwikkelen van inzicht in procenten en kommagetallen. Zo is het voor het inzichtelijk rekenen met kommagetallen essentieel dat leerlingen een percentage op kunnen vatten als een factor. Verder lijkt een heroverweging van het cijferen, annex kolomsgewijs rekenen, op zijn plaats. Daarbij zou de aandacht kunnen verschuiven naar inzicht en precies rekenen zonder tijdslimiet, waarbij het doel van routinematig handelen wordt losgelaten. Ten slotte moet er zo snel mogelijk werk gemaakt worden van meer interactief, probleemgeoriënteerd rekenonderwijs.

Ook voor de wat langere termijn lijkt een verschuiving noodzakelijk van minder nadruk op routinematige beheersing van algoritmische vaardigheden naar meer aandacht voor het probleemoplossen, waarbij creativiteit en flexibiliteit essentieel zijn. We moeten daarbij denken aan open problemen met lastige getallen, die vragen om complexe redeneringen, die nogal verschillen van de problemen die nu in het onderwijs aan de orde komen.

In dit verband kan worden verwezen naar een observatie van Steen (2001, pag.55), die constateert dat:

Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics.

Daarnaast zou er onderzocht moeten worden of er niet eerder gestart kan worden met inhouden die nu in het voortgezet onderwijs aan de orde komen, of zouden moeten komen. Hierbij valt te denken aan eenvoudige statistische noties, en een kwalitatief begrip van variabelen en samenhangen tussen veranderlijke grootheden. Computersimulaties kunnen hier mogelijk een belangrijke rol spelen.<sup>2</sup>

Een complicatie bij een discussie over het aanpassen van het onderwijs aan de eisen die de informatiemaatschappij stelt, is dat we niet precies genoeg weten om welke wiskunde het daarbij in feite gaat. Hier doet zich namelijk een communicatieprobleem voor. Deskundigen uit de diverse maatschappelijke sectoren, zoals industrie, dienstverlening, gezondheidszorg en dergelijke hebben een traditioneel beeld van rekenen en wiskunde als een verzameling van regels en procedures. Omdat machines dit nu juist hebben overgenomen, lijken rekenen en wiskunde vanuit dat perspectief min of meer overbodig te

zijn geworden. Daarnaast blijkt dat rekenen en wiskunde in de beroepspraktijk vaak sterk verweven zijn met praktijkkennis en technologie (Bakker, Hoyles, Kent & Noss, 2006). Deze geïntegreerde wiskunde zullen deze praktijkdeskundigen niet snel als wiskunde herkennen. Omgekeerd weten wiskundigen en vakdidactici te weinig van wat zich in de diverse maatschappelijke sectoren afspeelt. Om op dit punt verder te komen, lijkt het gewenst dat er een werkgroep wordt gevormd, waarin de diverse deskundigheden bij elkaar worden gebracht, die in kaart brengt welke reken-wiskundige kennis en vaardigheden de informatiemaatschappij vraagt. Daarbij kan worden gedacht aan een werkgroep bestaande uit wiskundigen, informatici, economen, onderwijskundigen, didactici en deskundigen uit diverse maatschappelijke sectoren, zoals industrie, dienstverlening en gezondheidszorg. Het uiteindelijke doel zal moeten zijn een curriculum vast te stellen dat is toegesneden op de maatschappij van morgen. Dit betreft overigens niet alleen de reken-wiskundige inhoud, maar ook voor de didactiek die moet voorbereiden op een toekomst waarin probleem oplossen, flexibiliteit, creativiteit en sociale vaardigheden belangrijke voorwaarden vormen om werk in de maatschappij van morgen uit te kunnen voeren.

## Noten

- 1 Inmiddels is dit initiatief overvleugeld door het project 'Doorlopende leerlijnen voor taal en rekenen-wiskunde'.
- 2 Op dit gebied worden op het FIsme op dit moment experimenten uitgevoerd binnen het project 'Rekenen-wiskundeonderwijs voor de informatiemaatschappij' van de Ververs Foundation.  
Zie voor een in dat kader ontwikkelde opdracht: <http://www.fi.uu.nl/experimenteel/ververs/wqtreinmachinist/inleiding.html>

## Literatuur

- Bakker, A., C. Hoyles, Ph. Kent, & R. Noss (2006). Improving work processes by making the invisible visible. *Journal of Education and Work*, 19(4): 343-361.
- Bokhove, J. (2006). Drie onderzoeken naar reken-wiskundeonderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(1), 16-29.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31, 175-190.
- Craats, J. van de (januari, 2007) *Mythen in de rekendidactiek*, presentatie op de Panamaconferentie te Noordwijkerhout.
- Gagné, R.M. & L.J. Biggs (1974). *Principles of Instructional Design*. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc.
- Goos, M. & A. Manning (2003). *Lousy and Lovely Jobs: The Rising Polarization of Work in Britain*. London: Centre for Economic Performance, London School of Economics and Political Science.
- Gravemeijer, K. (2003). Betekenisvol Rekenen, *Willem Bartjens*, 22 (4), 5-8.
- Gravemeijer, K. (2005) Het rekenonderwijs is ingedommeld. Interview in *GO|ED* 15. juni 2005.

- Gravemeijer, K.P.E. & H.A.A. van Eerde (2004). Verschil maken. In: R. Keijzer & W. Uittenbogaard (eds.). *Een wereld van verschillen, differentiatie in het reken-wiskundeonderwijs*, Utrecht: Freudenthal Instituut, 9-32.
- Hart, K.M. (1981). *Children's Understanding of Mathematics*. London: Murray, 11-16.
- Heege, H. ter (1985). The Aquisition of Basic Multiplication Skills. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 375-388.
- Heertje, A. (2005). Volledig verrot, *GO|ED* 15 juni 2005.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den & C. Bodin-Baarends (2004). Alles of niets. Probleemoplossen door goede rekenaars. *Volgens Bartjens* 24(2), 12-14.
- Lange, J. de (2005) Peil Nederlandse reken- en wiskundeonderwijs moet beter, In: Th. Jansen, G. de Jong & A. Klink (eds.) *De nieuwe schoolstrijd*. Den Haag: Wetenschappelijk Instituut van het CDA.
- Levy, F. & R.J. Murnane (2006). *How computerized work and globalization shape human skill demands*. Geraadpleegd op 2 november 2006, op <http://web.mit.edu/flevy/www/>.
- NRC Handelsblad (16-2-2007). *Het onderwijsniveau is niet te meten*.
- O'Brien, T. (2007). *EdWeek*, Feb. 28.
- Resnick, L.B. & S.F. Omanson (1987). Learning to Understand Arithmetic. In: Glaser, R. *Advances in Instructional Psychology*, 3. London: Lawrence Erlbaum Ass.
- Smithers, R. (2007). Consumer affairs correspondent, *The Guardian*, Tuesday, February 20, 2007.
- Steen, L.A. (2001). Data, Shapes, Symbols: Achieving Balance in School Mathematics. In: Steen, L.A. (ed.). *Mathematics and Democracy: The Case for Quantitative Literacy*. Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines, 53-74.
- Torrence, E. (2002). An American child learns arithmetic the Dutch way. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 24-26.
- Treffers, A. (1982). Het stomste vak van de wereld 1 & 2. *Willem Bartjens* 1(1/2), 27-33 en 81-88.

---

*For over a year, there has been a discussion in the media about the quality of mathematics education in the Netherlands. This article attempts to place the discussion in a historical and substantial framework, and not least in a future-oriented perspective. Investments in education are after all made with an eye on students' futures. The argument is formulated as follows. First the assumption that mathematics education was better in the past is examined, followed by a closer look at cause and content of the mathematics education reform that was started several decades ago. Next, we look at international comparative studies into mathematical performance, followed by a discussion and interpretation of the Dutch ppon study. This includes an examination of the incomplete implementation of the intended reforms of mathematics education. Finally, developments within society, especially the consequences of informationisation and globalisation on the future labour market and the effects of that on mathematics education. Based on all of this, some recommendations are made.*